



Pós-Graduação em **Astronomia**  
MESTRADO PROFISSIONAL  
**UEFS**



**MARCUS LUIZ LIMA AMORIM**

**ROTEIRO: OFICINA PARA O ENTENDIMENTO DE  
FUNÇÕES MATEMÁTICAS POR INTERMÉDIO DA  
ASTRONOMIA: APLICAÇÃO NO ENSINO MÉDIO**

Feira de Santana  
2020

**MARCUS LUIZ LIMA AMORIM**

**OFICINA PARA O ENTENDIMENTO DE FUNÇÕES MATEMÁTICAS POR  
INTERMÉDIO DA ASTRONOMIA: APLICAÇÕES NO ENSINO MÉDIO**

Produto Educacional apresentado ao Curso de Pós-Graduação em Astronomia, Departamento de Física, Universidade Estadual de Feira de Santana, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Astronomia.

Orientador: Prof. Dr. Marildo Geraldete Pereira

**Feira de Santana  
2020**

Ficha catalográfica - Biblioteca Central Julieta Carneado - UEFS

Amorim, Marcus Luiz Lima  
A544r Roteiro: oficina para o entendimento de funções matemáticas por  
intermédio da Astronomia: aplicação no Ensino Médio / Marcus Luiz Lima  
Amorim. – Feira de Santana, 2020.  
48f.: il.

Produto educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em  
Astronomia da Universidade Estadual de Feira de Santana, sob a  
orientação de Mariléo Geraldo Pereira.

1. Funções (matemática). 2. Astronomia. 3. Oficina. I. Título.  
CDU: 521.517.5

Rejane Maria Rosa Ribeiro – Bibliotecária CRB-5/066

# APRESENTAÇÃO

Caro (a) professor (a),

Este Caderno corresponde a uma oficina de ensino, produto do Mestrado Profissional em Astronomia pela Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS), e fruto do meu trabalho de intervenção pedagógica no Colégio Modelo Luís Eduardo Magalhães, em Feira de Santana (BA). O propósito é apresentar o caminho percorrido do planejamento à execução da oficina, tendo por finalidade a compreensão acerca de funções matemáticas no âmbito da Astronomia, bem como exemplificar a utilização da mesma. Para esse fim, foram utilizados o Roteiro, os temas relacionados à Astronomia, um experimento e o programa GeoGebra.

O presente material é direcionado aos professores de Matemática que atuam no Ensino Médio e que desejam abordar o tema Funções em uma perspectiva interdisciplinar, a partir de temas relacionados à Astronomia, mais especificamente o conteúdo Órbitas. Objetiva-se, com este produto, contribuir com as práticas docentes na medida em que se acredita que o uso da referida oficina influencia no ensino-aprendizagem dos conteúdos matemáticos, físicos e astronômicos. Ainda, por meio deste material didático, deseja-se oferecer suporte aos professores, de maneira que possam promover, junto aos estudantes, uma prática diferenciada das aulas tradicionais, na qual atuem como coparticipantes na construção dos objetos de estudo e, com isso, constituam-se protagonistas da produção do seu conhecimento.

Por fim, espera-se que este caderno possa servir como proposta metodológica para os professores que desejam aplicá-lo em suas aulas, fazendo as adequações que atendam às necessidades e especificidades de sua prática docente e do público com o qual trabalham.

Cordialmente,

Marcus Luiz Lima Amorim

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>OBJETIVOS</b>	<b>6</b>
2.1	OBJETIVO GERAL	6
2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	6
<b>3</b>	<b>PLANEJAMENTO DAS ATIVIDADES: PROPOSTAS PARA O ENSINO DE FUNÇÕES</b>	<b>7</b>
3.1	FASE PRÉ-OFCINA	7
3.1.1	GOOGLE CLASSROOM	10
3.1.2	TREINAMENTO	12
3.1.3	DESENVOLVIMENTO DE PROTOTIPAGEM PARA O EXPERIMENTO USADO NA SIMULAÇÃO DAS ÓRBITAS EM TORNO DE OBJETOS MASSIVOS	15
3.1.4	ELABORAÇÃO DA SIMULAÇÃO DO EXPERIMENTO USANDO O GEOGEBRA	15
3.1.5	ELABORAÇÃO DA ATIVIDADE: CONSTRUINDO UMA ESPIRAL	16
3.2	FASE DE REALIZAÇÃO DA OFICINA	16
3.3	FASE DA AVALIAÇÃO APÓS A OFICINA	19
<b>4</b>	<b>REALIZAÇÃO DA OFICINA</b>	<b>20</b>
4.1	SEÇÃO PRINCIPAL	20
4.2	ATIVIDADES ESTRUTURADAS DE APRENDIZAGEM	25
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>27</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>28</b>
	<b>APÊNDICES</b>	<b>30</b>
	APÊNDICE 1 – COMO FAZER <i>DOWNLOAD</i> E INSTALAR O GEOGEBRA NO CELULAR	31
	APÊNDICE 2 – CONHECENDO O <i>GEOGEBRA</i>	34
	APÊNDICE 3 – CONSTRUINDO A SIMULAÇÃO NO <i>GEOGEBRA</i>	37
	APÊNDICE 4 – PLANEJAMENTO DA CONSTRUÇÃO DE UMA ESPIRAL	41
	APÊNDICE 5 – DESENVOLVIMENTO DE PROTOTIPAGEM PARA O EXPERIMENTO USADO NA SIMULAÇÃO DAS ÓRBITAS EM TORNO DE OBJETOS MASSIVOS	43

## 1 INTRODUÇÃO

Dentre os conteúdos matemáticos estudados no Ensino Médio, o estudo de funções é, sem dúvida, um dos mais imprescindíveis. Sua relevância pode ser justificada pelo fato de que o conceito de função é considerado um dos mais importantes da Matemática e seus aspectos mais simples estão presentes nas noções mais básicas desta ciência. É indiscutível o caráter interdisciplinar do conceito de função. A leitura e interpretação de gráficos, por exemplo, auxiliam na compreensão de certos fenômenos estudados em outras áreas do conhecimento, como Física, Química, Biologia, Geografia e Astronomia.

A busca por metodologias que atraiam o interesse dos estudantes e melhorem a qualidade do ensino deve ser uma das preocupações dos professores de Matemática. Por isso, entende-se que abordar conteúdos através de oficinas é uma forma de construir conhecimento, com ênfase na ação, sem perder de vista a base teórica. Logo, as oficinas pedagógicas são instrumentos poderosos para o aperfeiçoamento didático. Trata-se de uma situação de aprendizagem aberta e dinâmica, que possibilita a inovação, a troca de experiências e a construção de conhecimentos. Diferentemente de um modelo mais engessado e baseado na mera transmissão de informações, o estudo de um tema em oficinas permite a comparação entre experiências diversificadas – o que propicia uma abordagem reflexiva dos desafios enfrentados no processo de ensino e aprendizagem.

Um dos requisitos mais importantes, que deve ser levado em consideração pelo professor no processo de ensino-aprendizagem, é desenvolver meios de dinamizar os conteúdos com o propósito de tornar sua assimilação mais acessível para os estudantes. Assim, a implementação de uma oficina com uma sequência de atividades, as quais a partir de problemas reais, explore os principais conceitos presentes no estudo das funções, tem como objetivo relacionar os conteúdos matemáticos aprendidos por meio dos diversos campos científicos e, também, fazer com que o estudante consiga articular as informações obtidas na escola por intermédio dos processos que o envolve no dia a dia.

Entende-se que a abordagem de conteúdos através de uma oficina tende a proporcionar uma maior atuação dos estudantes na construção do conhecimento,

fazendo com que ajam de maneira a aproveitar o que esse espaço tem a oferecer. Tal prática pode possibilitar o desenvolvimento de conceitos, habilidades e atitudes que eles levarão não só para o trabalho, mas para a vida.

A utilização de equipamentos, modelos didáticos e até experimentos permite ao estudante uma formação empírica que o auxilia no processo de aquisição de habilidades e competências importantes para o desenvolvimento científico. Entende-se que a utilização dos objetos de aprendizagem, mais especificamente um experimento ligado à Astronomia com a utilização do *software GeoGebra*, favorece o ensino e aprendizagem da Matemática e também de outras ciências, uma vez que, durante as aulas, os estudantes são incentivados a se envolver na produção do conhecimento.

## 1 OBJETIVOS

### 1.1 OBJETIVO GERAL

- ✓ Aplicar conhecimentos e conceitos básicos de Astronomia como elemento motivador e de contextualização no ensino de funções matemáticas aos estudantes do 2º ano do Ensino Médio, buscando contribuir para a melhoria da qualidade do ensino de Matemática.

### 1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✓ Incentivar o estudo científico de fenômenos do Universo visando à difusão da Astronomia na escola;
- ✓ Analisar situações da vida real identificando modelos matemáticos que permitam a sua interpretação e resolução; interpretar e criticar resultados no contexto do problema;
- ✓ Utilizar ferramentas de análise e visualização matemática.



## 2 PLANEJAMENTO DAS ATIVIDADES: PROPOSTAS PARA O ENSINO DE FUNÇÕES

Em relação à elaboração da oficina, o trabalho está estruturado em três fases distintas: fase Pré-Oficina; fase durante a Oficina e a fase de Avaliação (Quadro 3.1).

Quadro 3.1 – Planejamento das Atividades

Fases	Descrição
<b>Pré-Oficina</b>	Consiste nos passos e processos organizacionais que precisam ser levados em consideração antes da realização da oficina.
<b>Durante a Oficina</b>	Serão desenvolvidas as atividades relacionadas ao tema da oficina e as suas inter-relações com os diferentes níveis – individual, grupal e coletivo.
<b>Avaliação</b>	Após a oficina, na qual serão feitas as medições dos efeitos, do impacto e do grau de aprendizado alcançado.

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

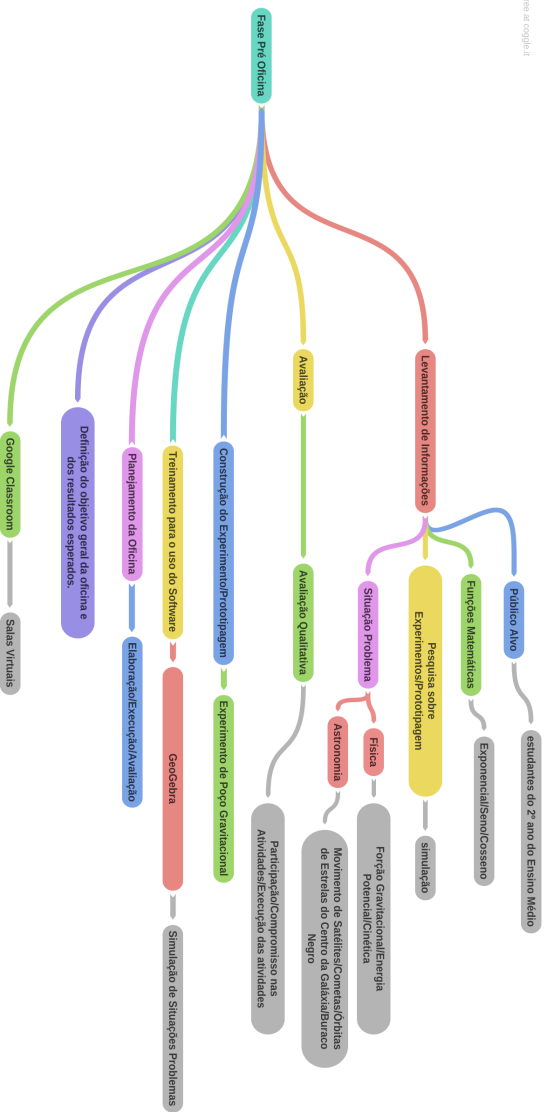
### 2.1 FASE PRÉ-OFICINA

Esta fase concentra-se nos passos e processos organizacionais que precisam ser levados em consideração antes da realização da oficina propriamente dita (Quadro 3.2) e (Fig.3.1).

Quadro 3.2- subfases do Processo Metodológico

ETAPAS	CONTEÚDOS
Levantamento de Informações	<b>Público Alvo</b>
	39 estudantes da 2ª Série do Ensino Médio
	<b>Funções Matemáticas</b> Seno/Cosseno/Quadrática/Elíptica/Hiperbólica/Exponencial
	<b>Física</b> Força Gravitacional/ Energia Potencial/Cinemática/ Dissipação de Energia
	<b>Situação Problema</b> <b>Astronomia</b> Movimento de Satélites/Cometas/Órbitas de Estrelas entorno do Centro da Galáxia/Buraco Negro Pesquisa sobre Experimento/prototipagens Simulação
<b>Construção do Experimento Prototipagem</b>	Experimento de Poço Gravitacional
<b>Treinamento para o uso de Software</b>	GeoGebra Simulação de Situações Problemas
<b>Planejamento da Oficina</b>	Elaboração, Execução e Avaliação
<b>Avaliação</b>	<b>Avaliação Qualitativa</b> Participação/Compromisso nas atividades/Execução das atividades

Figura 3-1. Diagrama Sequencial da Fase Pré- Oficina



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

### 2.1.1 GOOGLE CLASSROOM

Na oficina, deve-se utilizar os seguintes ambientes: a sala de aula e o *Google Sala de Aula (Google Classroom)*.

No *Google Classroom* (Fig.3.2) e (Fig.3.3) o professor poderá criar salas de aulas virtuais. O ambiente virtual é de fundamental importância para a oficina, haja vista que nele o professor poderá postar:

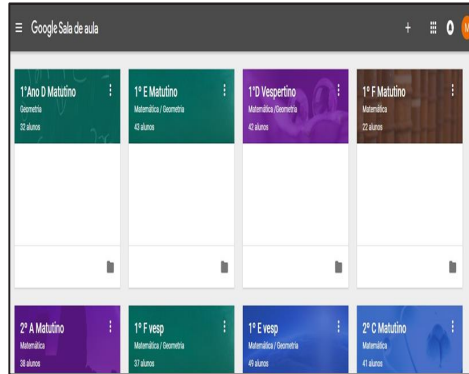
- ✓ Vídeos com os conteúdos de funções;
- ✓ Vídeos sobre o *GeoGebra*;
- ✓ Vídeos sobre Astronomia;
- ✓ Atividades;
- ✓ Formulários;
- ✓ Testes.

Figura 3.2 – Visão geral do ambiente virtual *Google Classroom*



Fonte: [https://www.youtube.com/watch?v=W\\_4OmpYdXyk](https://www.youtube.com/watch?v=W_4OmpYdXyk)

Figura 3.3 – Sala de Aula Virtual do Google Classroom



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

### Vantagens

- ✓ Está em Língua Portuguesa;
- ✓ Há um aplicativo para celular; logo, é possível fazer todas as atividades por meio do celular;
- ✓ Acompanhamento individual do estudante a partir da sala virtual.

### Observações

- ✓ Para criar as Salas Virtuais no Google Classroom, o professor deve ter uma conta do Gmail;
- ✓ O estudante poderá usar qualquer e-mail para ter acesso à Sala Virtual.

## 2.1.2 TREINAMENTO

O treinamento (Quadro 3.3) é uma das etapas mais importantes da fase Pré-Oficina. A partir dele o estudante se apropriará do programa GeoGebra, conhecendo os seus comandos, suas janelas e as principais construções geométricas e gráficas que o programa oferece.

Quadro 3.3 – Planejamento das Atividades

Treinamento		
Recursos	Número de Participantes	Duração
Computador	Em dupla	3 horas
Celular	Individual	3 horas
Chromebooks	Em Dupla	3 horas

Fonte: Arquivo pessoal do autor

### Programas

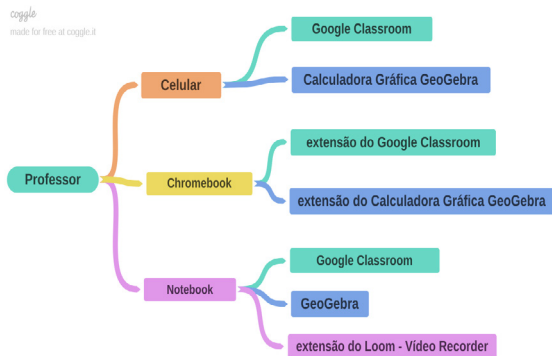
- ✓ Para o computador: GeoGebra Clássico 6  
(<https://www.geogebra.org/download>);
- ✓ Para Celular: Calculadora Gráfica GeoGebra (ver Apêndice 2)

### Vídeos para auxiliar no Treinamento

- ✓ Material Didático (<https://www.geogebra.org/materials>);
- ✓ Curso de GeoGebra (<https://youtu.be/9-orPBR1TXo>);
- ✓ GeoGebra Tutorial (<https://youtu.be/6mTpn0Xv-GA>);
- ✓ GeoGebra – Funções (<https://youtu.be/F1fks4pB4JU>).

O professor, por sua vez, deverá baixar em seu celular os aplicativos *Google Sala de Aula* e o *Calculadora Gráfica GeoGebra*. Entretanto, necessariamente, terá que instalar, em seu *notebook* ambos os aplicativos (Fig. 3.4).

Figura 3.4 – Recursos do Professor



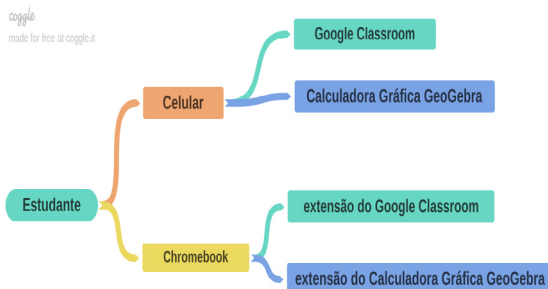
Fonte: Arquivo pessoal do autor.

### Sugestão

- ✓ Ao utilizar o *Loom – Video Recorder* (<https://www.loom.com/>), o professor poderá criar seus vídeos abordando os assuntos de maneira específica, utilizando as dúvidas que surgiram durante as aulas.

Todos os estudantes deverão baixar em seus respectivos celulares os aplicativos *Google Classroom* e o *Calculadora Gráfica GeoGebra* (Fig.3.5). Porém, nos *chromebooks* não é possível baixar programas. Dessa forma, somente será possível instalar extensões dos programas.

Figura 3.5 – Recursos dos Estudantes



Fonte: Arquivo pessoal do autor

### Dica

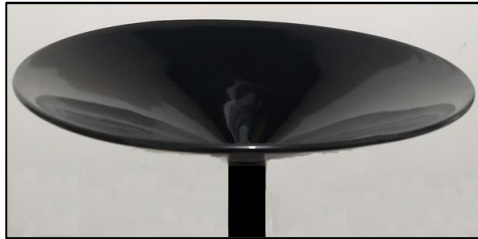
- ✓ Usar o Data-Show durante todo o treinamento.



### 2.1.3 DESENVOLVIMENTO DE PROTOTIPAGEM PARA O EXPERIMENTO USADO NA SIMULAÇÃO DAS ÓRBITAS EM TORNO DE OBJETOS MASSIVOS

Para a construção do experimento Poço Gravitacional (Fig.3.6), abordam-se os seguintes aspectos, os quais são relevantes ao experimento: O que construir? Como construir? E como utilizar? (Ver apêndice 6)

Figura 3.6 – Experimento Poço Gravitacional

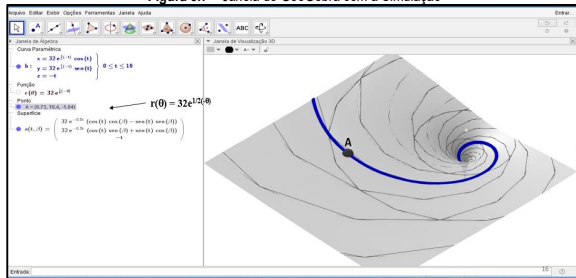


Fonte: Arquivo pessoal do autor.

### 2.1.4 ELABORAÇÃO DA SIMULAÇÃO DO EXPERIMENTO USANDO O GEOGEBRA

O objetivo da simulação (Fig.3.7) é mostrar como seria a trajetória de um objeto que está no disco de acreção e sendo "puxado" para dentro do buraco negro. (Ver apêndice 4)

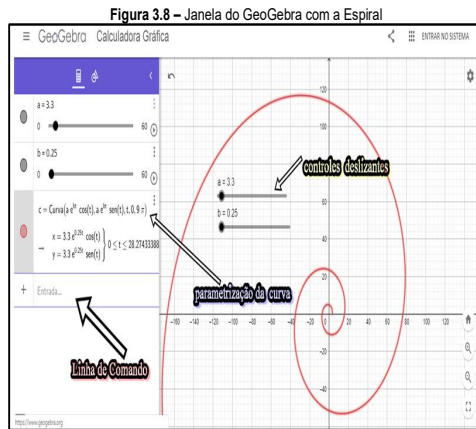
Figura 3.7 – Janela do GeoGebra com a Simulação



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

### 2.1.5 ELABORAÇÃO DA ATIVIDADE: CONSTRUINDO UMA ESPIRAL

Esta atividade (Fig.3.8) deverá ser realizada após as interações estudantes – experimento, estudantes – simulação. Ela tem como objetivo reforçar o conceito de função trabalhado durante as interações, por meio da definição e propriedades das funções Exponenciais/Seno/Cosseno. Todos esses tópicos deverão ser discutidos pelos estudantes durante a execução da atividade de construção da espiral. (Ver apêndice 5)



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

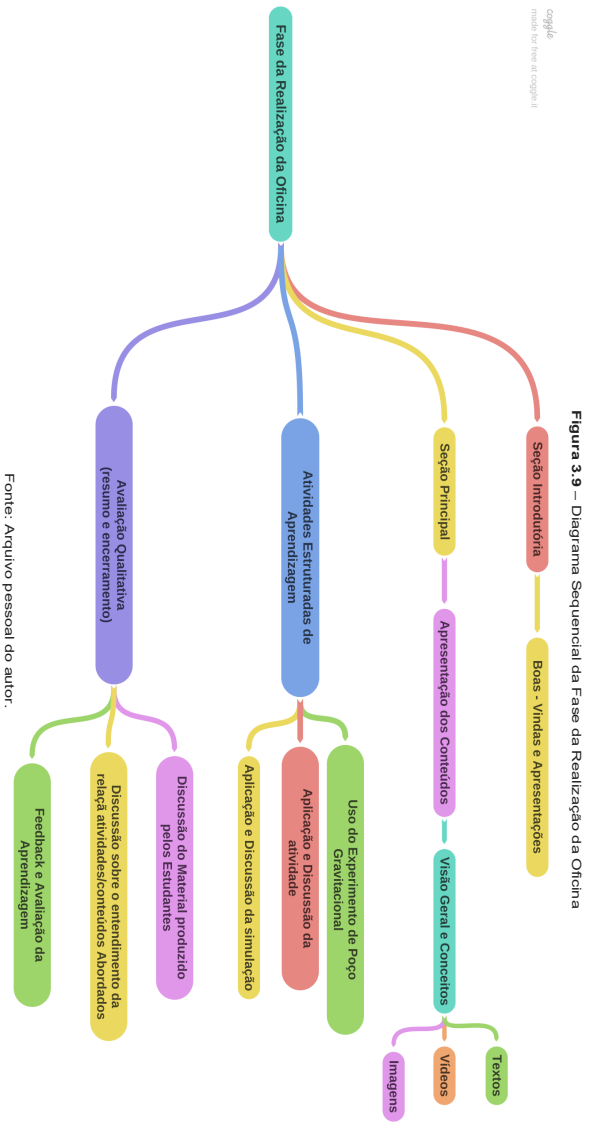
### 2.2 FASE DE REALIZAÇÃO DA OFICINA

A Oficina terá duração de 4 horas e 20 minutos (Quadro 3.4), então como qualquer ação pedagógica, pressupõe planejamento. No entanto, é na execução que a oficina assume características diferenciadas das abordagens centradas no professor e na mera transmissão de conhecimento. Para criar um ambiente acolhedor, que reflita um clima positivo e empolgante, que prenda a atenção e o interesse dos alunos, deve-se considerar as seguintes etapas e processos (Fig.3.9).

Quadro 3.4 – Etapas da Fase de Realização da Oficina

FASE DE REALIZAÇÃO DA OFICINA		
Etapas	Participantes	Duração
<p><b>Seção Introdutória (boas-vindas e apresentação).</b> O objetivo desta etapa é estabelecer um ambiente acolhedor de aprendizagem e proporcionar oportunidades para refletir e dialogar sobre os principais tópicos da oficina;</p>	Todos	10 min.
<p><b>Seção Principal (apresentação do conteúdo).</b> Este é o momento de exposição teórica do tema proposto para a oficina.</p>	Todos	50 min.
<p><b>Uso do experimento Poço Gravitacional.</b> Simulação das órbitas de corpos celestes em torno de objetos massivos.</p>	Em quarteto	1h 40min
<p><b>Aplicação e Discussão da simulação do experimento usando o GeoGebra.</b></p>	Todos	20 min.
<p><b>Aplicação e Discussão da atividade: Construindo uma Espiral.</b></p> <p><b>Avaliação Qualitativa (resumo e encerramento)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Discussão dos materiais produzidos pelos estudantes, avaliar o progresso obtido em relação ao aprendido/ou obtenção de aprendizados significativos;</li> <li>✓ Resumo de aprendizados significativos obtidos na oficina;</li> <li>✓ Avaliação da oficina.</li> </ul>	Em dupla	40 min.
	Todos	40 min.

Fonte: Arquivo pessoal do autor



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

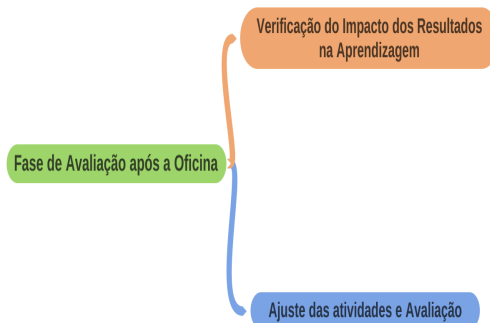
### Sugestão

- ✓ Proporcionar oportunidades para que os estudantes façam perguntas de esclarecimento ou expressem suas preocupações antes de começarem as atividades.

## 2.3 FASE DA AVALIAÇÃO APÓS A OFICINA

Entende-se que, durante e após a oficina, o professor mediador terá adquirido um grande leque de informações que favorecerá a avaliação de todo o processo. Caberá ao mesmo fazer uma análise sobre a oficina utilizando estas informações, observações e contribuições dos estudantes, sem perder de vista suas próprias observações, considerações e pareceres.

Figura 3.10 – Esquema da fase da avaliação após a oficina



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

### 3 REALIZAÇÃO DA OFICINA

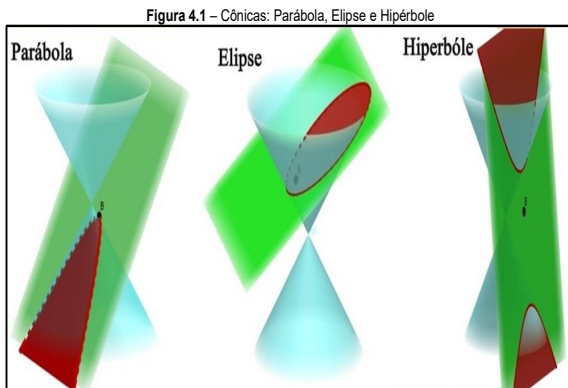
Na oficina, tem-se uma situação de aprendizagem aberta e dinâmica, que possibilita a inovação, a troca de experiências e a construção de conhecimentos. Por meio desta, o aluno se torna o agente de sua formação, com ideias prévias e experiências diversas. Cabe ao professor o papel de investigador social e organizador do trabalho didático.

Tudo começa pela "Seção Introdutória", na qual é apresentada a proposta da oficina, e pela "Seção Principal", na qual os conteúdos a serem abordados na oficina são apresentados.

#### 3.1 SEÇÃO PRINCIPAL

➤ O primeiro tópico abordado será as Cônicas (Parábola, Elipse e Hipérbole) (Fig.4.1):

- Definição;
- Elementos;
- Equações canônicas.



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

- Um pouco de História.
  - ✓ Desenvolvimento de uma breve abordagem sobre: **Tycho Brahe e Johannes Kepler;**
  - ✓ Exibição do vídeo sobre as leis das órbitas (Fig.4.2).

Figura 4.2 – ABC da Astronomia Kepler

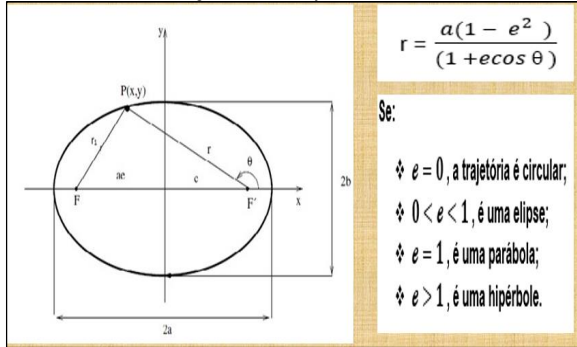


Fonte : [https://www.youtube.com/watch?v=6jXN\\_1XI20M&list=PL786495B96AB0CC3C&index=12](https://www.youtube.com/watch?v=6jXN_1XI20M&list=PL786495B96AB0CC3C&index=12)

- Lei das Órbitas (Primeira Lei de Kepler)

Nesta abordagem matemática, voltou-se a discutir com os estudantes sobre a definição e os elementos da elipse, porém, sem aprofundamento em relação à obtenção da fórmula do raio ( $r$ ), uma vez que ocorreria um desvio dos objetivos propostos para a oficina (Fig.4.3).

Figura 4.3 – Classificação das Órbitas



Fonte: FILHO; SARAIVA, 2014, p.78.

➤ Mais um pouco de História

- ✓ Deve-se falar brevemente sobre: **Isaac Newton**;
- ✓ Força Gravitacional.

Proporcionar uma discussão sobre determinação das órbitas em um campo de forças gravitacionais a partir da conservação da energia e da conservação do momento angular.

- ✓ Com base na discussão sobre energia, realiza-se a classificação das órbitas.

➤ Simulação das órbitas.

- ✓ Proporcionar a exibição de um vídeo sobre a Simulação das órbitas de um grupo apertado de estrelas, próximo ao buraco negro supermassivo, no coração da Via Láctea (Fig.4.4).



**Figura 4.4** – Simulação das órbitas de um grupo apertado de estrelas próximo ao buraco negro supermassivo no coração da Via Láctea.



Fonte: ESO < <https://www.eso.org/public/videos/eso1825f/> >  
 Crédito: ESO/L. Calçada/[spaceengine.org](http://spaceengine.org)

- Força Gravitacional e velocidade de escape.
- ✓ Quer que desenhe: é uma série destinada a explicar, de uma maneira simples, direta e bem-humorada, vários fatos da Ciência (Fig.4.5).

**Figura 4.5** – Imagem de exibição do vídeo *Gravidade*



Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=iSSVmjltv8E&t=146s>

- ✓ Força Gravitacional: de Newton a Albert Einstein (Fig.4.6).

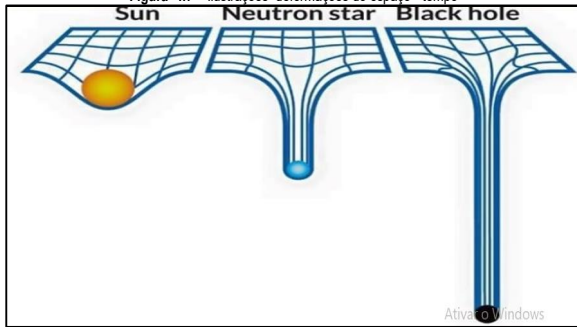
Figura 4.6 – Além do Cosmos: O Espaço (Dublado) Documentário National Geographic



Fonte : <https://www.youtube.com/watch?v=nJGZny5un0&t=882s>

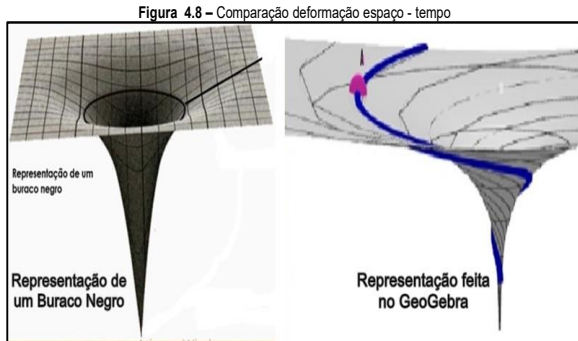
Após o vídeo, realizar uma discussão sobre deformação do tempo-espaço e sobre campo gravitacional (Fig.4.7).

Figura 4.7 – Ilustrações deformações do espaço - tempo



Fonte : <https://www.pinterest.cl/pin/482377810069014296/>

Fazer a comparação entre a deformação do espaço-tempo e a simulação feita no GeoGebra (Fig.4.8).



### 3.2 ATIVIDADES ESTRUTURADAS DE APRENDIZAGEM

#### ➤ Uso do experimento

A utilização do experimento Poço Gravitacional (Fig.3.9) tem o propósito de associar teoria e prática. Assim, possibilitará aos estudantes momentos únicos de contato prático com o conteúdo que será abordado.



- ✓ Promover discussões para, na sequência, mostrar o funcionamento do experimento;
  - ✓ Deformação do espaço-tempo, força gravitacional, energia – classificação das órbitas, velocidade de escape e espiral.
- A seguir, desenvolver a atividade sobre a construção de uma espiral. Nestas, cabe ao professor:
- ✓ Proporcionar oportunidades para que os estudantes façam perguntas;
  - ✓ Descrever os objetivos específicos da atividade de aprendizagem.

#### 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A oficina extrapola o estudo da fundamentação teórica e potencializa os sujeitos nas suas capacidades emocionais e intelectuais, possibilitando a produção de bens culturais. Esse procedimento metodológico de trabalho é uma forma da realização do processo ensino-aprendizagem, privilegiando a interação dos sujeitos entre si e com o contexto, bem como o exercício de habilidades imprescindíveis às pessoas que atuam em diferentes espaços no mundo contemporâneo. Dentre as habilidades, destaca-se: autonomia, flexibilidade, expressão oral, criatividade, trabalho em grupo, dentre outras. Além disso, durante a execução da oficina, o professor tanto ensina quanto aprende. Ensina, certamente, conteúdos formais sob sua mediação; aprende, porque, como se sabe, essa mediação não é automática, mas supõe uma construção cognitiva individual de cada aluno e aluna, favorecido (a) pelo trabalho coletivo.

A oficina, embora elaborada, a princípio, visando estudantes do 2º ano do Ensino Médio, pode ter a sua estrutura e procedimentos desenvolvidos adaptados, possibilitando a sua utilização em outras sequências e, também, em outros anos do Ensino Médio. Enquanto autor, considerando a experiência pessoal de aplicação da oficina, pude notar que o ensino das Funções Exponenciais e Logarítmicas, que era questionado pelos alunos por ser visto apenas como um conteúdo de difícil compreensão, desmotivador e sem elo com o cotidiano, tornou-se mais interessante a partir da abordagem de fenômenos astronômicos que, até então, para a maioria, não tinha nenhuma correlação com os conteúdos. Acredita-se que essa experiência foi muito gratificante e significativa para todos os envolvidos, sendo que todos os objetivos propostos foram alcançados.

## 5 REFERÊNCIAS

- BALBINO, J. Objetos de aprendizagem: contribuições para a sua genealogia. **Educação e Tecnologia**, abr. 2007, p. 1-10. Disponível em: <[http://www.dicasl.com.br/educacao\\_tecnologia/educacao\\_tecnologia\\_20070423.php#WURZ9oAzrlU](http://www.dicasl.com.br/educacao_tecnologia/educacao_tecnologia_20070423.php#WURZ9oAzrlU)>. Acesso em: 25 abr. 2018.
- BARCA, I. Aula Oficina: do projecto à avaliação. In: BARCA, Isabel (Org.). **Para uma educação histórica com qualidade**: atas da Quarta Jornada de Educação Histórica. Braga: Uminho, 2004.
- BARBOSA, J. L. M. **Geometria Euclidiana Plana**. Coleção do Professor de Matemática, Sociedade Brasileira de Matemática, 2005.
- BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e os Professores: a questão da formação. **Bolema**, Rio Claro - SP, v. 14 n. 15, p. 5-23, 2001.
- BORBA, M.C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. 2. ed. São Paulo: Ed. Edgard Blucher Ltda., 2006.
- BRAGA, J. (Org.). **Objetos de aprendizagem volume 1: introdução e fundamentos**. Santo André: UFABC, 2015. 157 p. Disponível em: <[http://pesquisa.ufabc.edu.br/interal/?page\\_id=370](http://pesquisa.ufabc.edu.br/interal/?page_id=370)>. Acesso em: 3 abr. 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais: Ensino Médio**. Brasília, Ministério da Educação, 1999.
- CANIATO, R. **O que é Astronomia**. São Paulo: Brasiliense, 1994.
- CORDEIRO, J. C. L. **Material didático contextualizado na astronomia para contribuir na melhoria de habilidades matemáticas dos estudantes do ensino médio em física e matemática**. 2017. Dissertação (Programa de Pós-graduação de Mestrado Profissional em Astronomia) - Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2017.149 f.
- FARIAS, M. F. **Funções e GeoGebra no Ensino Médio**. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal do Amapá, Macapá, 2014. 64 f.
- FILHO, K. S. O.; SARAIVA, M.F. O. **Astronomia e Astrofísica**. Departamento de Astronomia - Instituto de Física. Universidade Federal do Rio Grande do Sul ,2014.

GOMES, E. R. **Objetos inteligentes de aprendizagem**: uma abordagem baseada em agentes para objetos de aprendizagem. 2005. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – Instituto de Informática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005. 98 f.

JUNIOR, A. S.L. As novas tecnologias e a educação escolar. **Revista da FAEEBA, Educação e Contemporaneidade**, Salvador, ano 1, n. 8, p.89-98, jan. /jun., 2002.

MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M.A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 6. ed. Campinas, São Paulo: Papyrus, 2000.

NEVES, M. C. D. **Astronomia de régua e compasso**: de Kepler a Ptolomeu.1986. Dissertação - Instituto de Física, UNICAMP, Campinas, 1986.

NÓBRIGA, J. C. C.; ARAÚJO, L. C. L. **Aprendendo Matemática com o Geogebra**. São Paulo: Editora Exato, 2018.

PINTO, C. F. **Dissertações brasileiras sobre o ensino de função afim, a partir da implementação de sequências didáticas, produzidas no período de 2009 a 2012**: Questões para formação de professores e para pesquisa. 2014. Dissertação (Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014. 199 f.

PIRES, R. F. **O uso da Modelação Matemática na construção do conceito de função**. 2009. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009. 167 f.

REGO, T. C. **Vygotsky**: uma perspectiva histórico-cultural da educação. 25. ed. Rio de Janeiro: Vozes, 2014.

RIVED. **Rede Interativa Virtual de Educação**. 2018. Disponível em: <http://rived.proinfo.mec.gov.br/>. Acesso em: 31 de outubro de 2018.

SCHWARZ, O. **Sobre as concepções de funções dos alunos ao termino do 2º grau**. 1995. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1995. 132 f.

WILL, C. M. Nas curvas do espaço-tempo. **Revista Superinteressante**, 31 out. 2016.

**APÉNDICES**



## APÊNDICE 1 – COMO FAZER *DOWNLOAD* E INSTALAR O GEOGEBRA NO CELULAR

### INSTRUÇÕES

#### **Passo 1:**

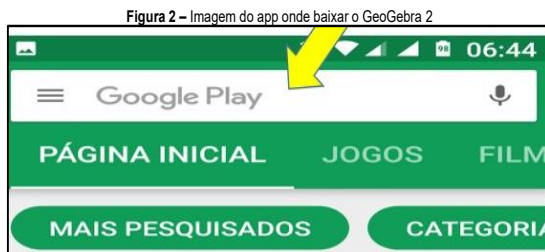
No seu smartphone, com sistema operacional *Android*, vá até a *Google Play Store* e clique no seu ícone correspondente na área de trabalho. (Fig.1)



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

#### **Passo 2:**

Depois de abrir a loja de aplicativos, vá até a sua barra de pesquisa e digite "GEOGEBRA". (Fig.2)



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

**Passo 3:**

Será exibido, para você, uma seleção de aplicativos similares, porém, escolha o "**Calculadora Gráfica Geogebra**", clicando sobre ele e, na próxima janela que se abrir, clique então em "Instalar" (Fig. 3).

Figura 3 – Imagem da seleção do programa GeoGebra



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

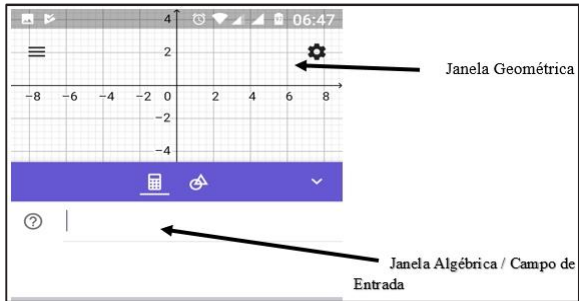
**Passo 4:**

Feito isso, o *Android* se encarregará de introduzir o aplicativo *GeoGebra* no seu smartphone e, em questão de minutos, você já poderá utilizá-lo.

## APÊNDICE 2 – CONHECENDO O GEOGEBRA

O GeoGebra é um *software* matemático para se trabalhar Geometria, Álgebra e Aritmética. Para tanto, na “Área de Trabalho” há duas janelas: a janela algébrica / Campo de entrada e a janela geométrica. (Fig.1).

Figura 1 – Imagem da janela do GeoGebra



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

### **BARRAS DE FERRAMENTAS**

Há, basicamente, 4 (quatro) barras de ferramentas:

⇒ **123** → É a **barra algébrica**. Com ela podemos digitar diretamente no Campo de Entrada as funções polinomiais, exponenciais e modulares (Fig. 2).

Figura 2 – Imagem dos comandos do GeoGebra

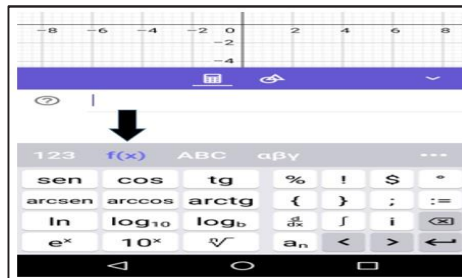


Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Alguns Elementos da Barra 123:

- $a^2$  → elevar ao quadrado.  
Ex.: Ao digitarmos "x" e depois "a<sup>2</sup>" teremos "x<sup>2</sup>".
  - $a^b$  → elevar a um número qualquer .  
Ex.: Ao digitarmos "x" e depois "a<sup>b</sup>" poderemos elevar "x" a qualquer número.
  - $|a|$  → função modular.
- ⇒ **f(x)** → É a **barra das Funções**. Ela contém vários modelos de funções ( sen, cos, tg, log) (Fig.3).

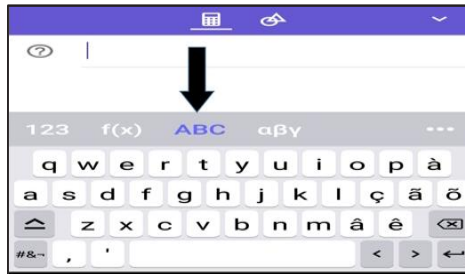
Figura 3 – Imagem dos comandos do GeoGebra



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

⇒ **ABC** → É a **barra para Inserir Textos** (Fig. 4).

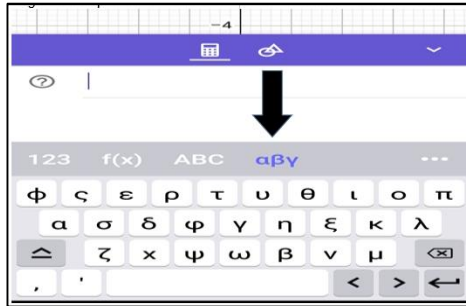
Figura 4 – Imagem dos comandos do GeoGebra



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

⇒  $\alpha\beta\gamma$  → É a barra para Inserir Símbolos (Fig. 5).

Figura 5 – Imagem dos comandos do GeoGebra



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

### APÊNDICE 3 – CONSTRUINDO A SIMULAÇÃO NO GEOGEBRA

Para construir a simulação no *GeoGebra*, será utilizada a curva parametrizada e, também, uma superfície de revolução obtida através da multiplicação de duas matrizes (matriz de rotação e a matriz da curva parametrizada).

A matriz da transformação linear que gira um vetor qualquer em torno do eixo Oz em um ângulo  $\beta$  no sentido anti-horário é dada por:

$$\begin{pmatrix} \cos(\beta) & -\text{sen}(\beta) & 1 \\ \text{sen}(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Rotacionando a curva parametrizada

Dada a curva parametrizada

$$(a * e^{(-0.5t)} * (\cos(t), a * e^{(-0.5t)} * \text{sen}(t), -t) \quad (2)$$

Tem-se que a parametrização da superfície de revolução para a rotação em torno do eixo Oz pode ser obtida multiplicando as matrizes (1) e (2) do seguinte modo:

$$\begin{pmatrix} \cos(\beta) & -\text{sen}(\beta) & 0 \\ \text{sen}(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a * e^{(-0.5t)} * \cos(t) \\ a * e^{(-0.5t)} * \text{sen}(t) \\ -t \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} a * (e^{(-0.5t)}) * \cos(t) * \cos(\beta) - a * (e^{(-0.5t)}) * \text{sen}(t) * \text{sen}(\beta) \\ a * (e^{(-0.5t)}) * \cos(t) * \text{sen}(\beta) - a * (e^{(-0.5t)}) * \text{sen}(t) * \cos(\beta) \\ -t \end{pmatrix}$$

Observação: Note que há duas variáveis  $t$  e  $\beta$ .

O comando do *GeoGebra* que gera superfície tem a seguinte estrutura:

Superfície[<Expressão>, <Expressão>, <Expressão>, <Variável 1>, <Valor Inicial>, <Valor Final>, <Variável 2>, <Valor Inicial>, <Valor Final>]. Logo, a parametrização da superfície ficará assim (digite no Campo de + Entrada):

$$\text{Superfície } (a * (e^{(-0.5t)}) * \cos(t) * \cos(\beta) - a * (e^{(-0.5t)}) * \text{sen}(t) * \text{sen}(\beta), a * (e^{(-0.5t)}) * \cos(t) * \text{sen}(\beta) - a * (e^{(-0.5t)}) * \text{sen}(t) * \cos(\beta), -t, t, -\pi, \pi, \beta, 0, 8\pi)$$

Observação: temos  $-\pi \leq t \leq \pi$  e  $0 \leq \beta \leq 8\pi$ .

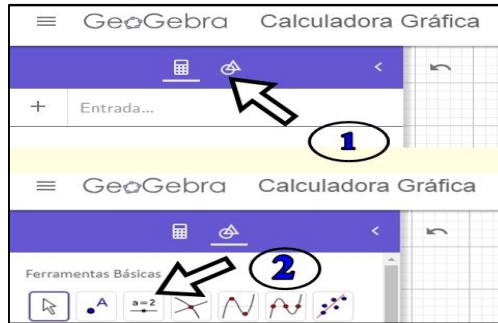
Inserido os resultados encontrados nos cálculos para o *GeoGebra*:

Criar o parâmetro  $a$ .

Criar o controle deslizante para o parâmetro  $a$  na Janela de Visualização.

(Fig.1)

Figura 1 – Imagem dos comandos do GeoGebra



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

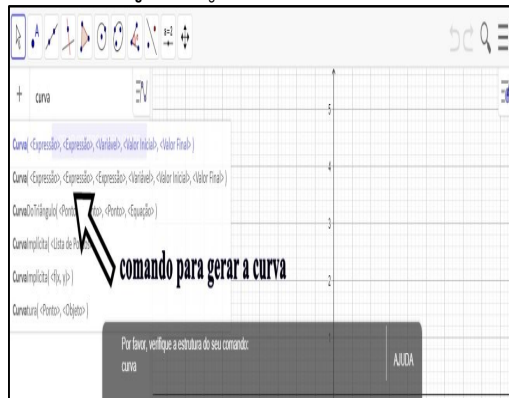
Sugestão:  $1 \leq a \leq 70$  (adotar essa variação para a).

O comando do GeoGebra para gerar a curva (Fig. 2).

A parametrização da curva ficará assim (digite no Campo de + Entrada):

Curva ( $a^*e^{(-0.5t)}*(\cos(t), a^*e^{(-0.5t)}*\text{sen}(t), -t, 0, 10)$ ).

Figura 2 – Imagem dos comandos do GeoGebra



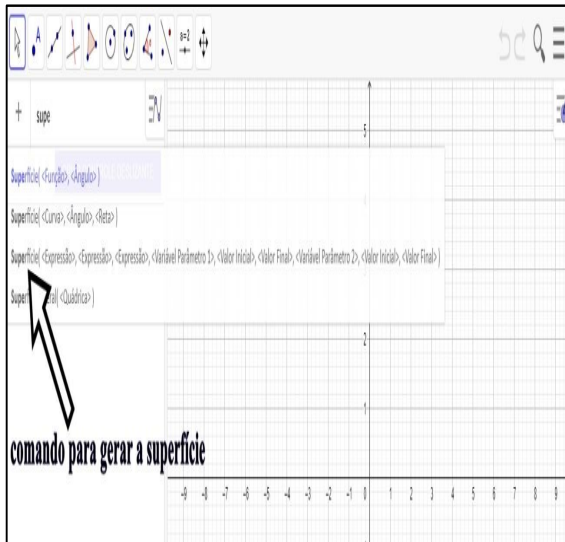
Fonte: Arquivo pessoal do autor.

O comando do GeoGebra para gerar a superfície (Fig. 3).

A parametrização da superfície ficará assim (digite no Campo de + Entrada):

$$\text{Superfície} \left( a * (e^{(-0.5t)}) * \cos(t) * \cos(\beta) - a * (e^{(-0.5+t)}) * \text{sen}(t) * \text{sen}(\beta), a * (e^{(-0.5t)}) * \cos(t) * \text{sen}(\beta) - a * (e^{(-0.5+t)}) * \text{sen}(t) * \cos(\beta), -t, t, -\pi, \pi, \beta, 0, 8\pi \right)$$

Figura 3 – Imagem dos comandos do GeoGebra



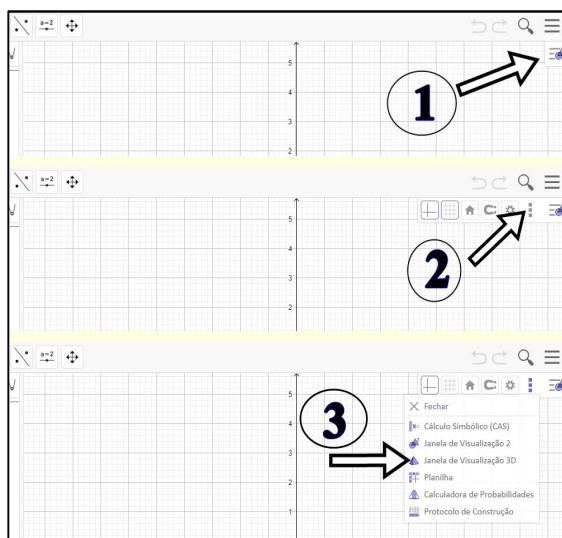
Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Observação: Para visualizar a curva e também a superfície é necessário abrir a janela 3D.



Procedimento para abrir a janela 3D. (Fig.4):

Figura 4 – Imagem dos comandos do GeoGebra



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

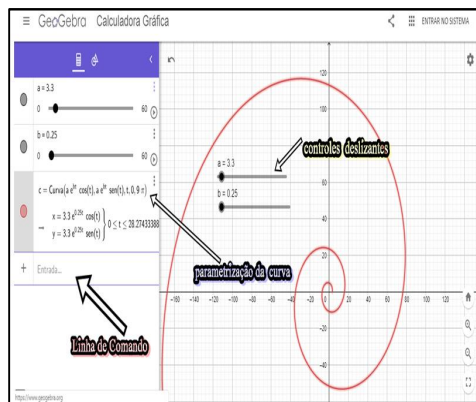
#### APÊNDICE 4 – PLANEJAMENTO DA CONSTRUÇÃO DE UMA ESPIRAL

Para a realização da atividade *Espiral*, o grupo de estudantes deverá se organizar em duplas através do processo de auto-seleção. Assim, devem formar grupos de acordo com suas afinidades. As atividades com o celular ou o *chromebook* devem ser realizadas em dupla. O objetivo é trabalhar definição e propriedades das Funções, Função Exponencial/Seno/Cosseno para a construção da Espiral.

Na construção da Espiral, por meio do *chromebook* (Fig.1), deve-se criar:

- ✓ Os parâmetros  $a$  e  $b$ ;
- ✓ Os controles deslizantes para os parâmetros  $a$  e  $b$  na Janela de Visualização.

**Figura 1 – Construção da Espiral com o aplicativo GeoGebra**

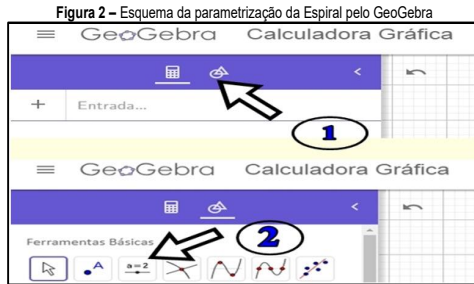


Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Para a parametrização da Espiral (Fig.1), segue um breve tutorial.

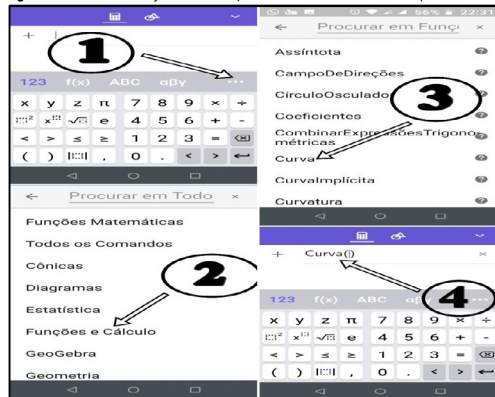
- ✓ Na Linha de comandos (+ Entrada) digite:  $Curva[a \cdot e^{(b \cdot t)} \cdot \cos(t), a \cdot e^{(b \cdot t)} \cdot \sin(t), 0, 9\pi]$  e pressione *Entre*. O asterisco (\*) representa a operação de multiplicação e o acento circunflexo (^) potência ( $e$  é a base,  $b$  e  $t$  são os expoentes);
  - ✓ Movimentar os controles deslizantes dos parâmetros  $a$  e  $b$  para obter as espirais logarítmicas para vários valores de  $a$  e de  $b$ ;
- No aparelho celular, os passos são os seguintes (Fig. 2) e (Fig. 3):

- ✓ Criar os parâmetros  $a$  e  $b$ ;
- ✓ Criar controles deslizantes para os parâmetros  $a$  e  $b$  na *Janela de Visualização*;
- ✓ Conforme figura abaixo, aperte 1 e, logo depois, o 2.



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

**Figura 3 – Passos da criação de uma Espiral utilizando o GeoGebra no aparelho celular**



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

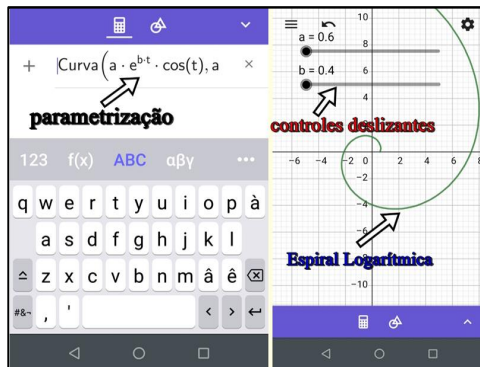
Antes da parametrização da curva, formando a Espiral, deve-se executar as configurações pontuadas na figura 4. Logo depois, parametrizar a curva:

- ✓ Na Linha de comandos (), digite:  $Curva[a * e^{(b * t)} * \cos(t), a * e^{(b * t)} * \sin(t), t, 0, 9\pi]$  e pressione *Enter*. O asterisco (\*) representa a operação de multiplicação e o

acento circunflexo (^) representa a potência ( $e$  é a base,  $b$  e  $t$  são os expoentes);

- ✓ Movimentar os controles deslizantes dos parâmetros  $a$  e  $b$ , para obter as espirais logarítmicas para vários valores de  $a$  e de  $b$ ;
- ✓ *Feedback* e avaliação do aprendizado: nessa fase, o educador deverá fazer a discussão do material produzido pelos estudantes e avaliar o progresso obtido em relação ao aprendizado ou obtenção de aprendizados significativos.

Figura 4 – Esquema comparativo entre a parametrização e a Espiral



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Finalizada a etapa, tem-se a avaliação final, que pode abranger os seguintes passos:

- ✓ Pós-teste (sugestão);
- ✓ Avaliação qualitativa;
- ✓ Resumo e enceramento: aqui, deve ser feita uma ligação entre os objetivos e os resultados originalmente esperados da oficina; e o resumo de aprendizados significativos obtidos através da oficina.

## APÊNDICE 5 – Desenvolvimento de prototipagem para o experimento usado na simulação das órbitas entorno de objetos massivos

Nesta subseção, aborda-se aspectos relevantes sobre o experimento: O que construir? Como construir? E como utilizar?

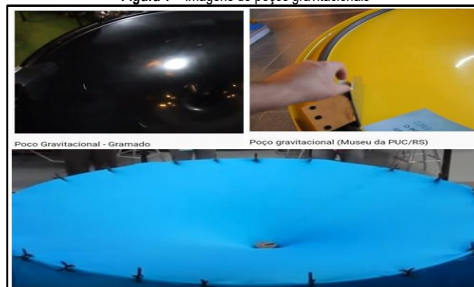
### O que construir?

Para responder esse questionamento, deve-se entender o que o experimento tentará representar. Com o experimento, pretende-se simular órbitas (elípticas, parabólicas e hiperbólicas), então, para isso, precisa-se do conceito de gravidade. De acordo com as leis do movimento de Newton, a gravidade é responsável por prender objetos à superfície de planetas e, também, por manter objetos em órbita em torno uns dos outros.

Usando a definição dada pela Teoria da Relatividade Geral (usa-se apenas a definição), temos que: A Gravidade não é uma simples força atrativa entre corpos que possuem massa, mas que ela é uma consequência direta da curvatura do espaço-tempo causada pela presença de massa ou energia (MAIA, 2009).

Baseando-se nas definições de órbitas e gravidade, tem-se que um experimento que se encaixa com os objetivos dessa etapa da oficina é o poço gravitacional. Fazendo-se uma pesquisa rápida na internet, tem-se alguns exemplos (Fig.1). Assim, identifica-se o que construir.

Figura 1 – Imagens de poços gravitacionais



Fontes: Gravidade Visualizada: <https://www.youtube.com/watch?v=-BVxHRLPfo>  
 Poço gravitacional (Museu da PUC/RS) : <https://www.youtube.com/watch?v=kcQyQmxB3y8>  
 Poço Gravitacional – Gramado <https://www.youtube.com/watch?v=KRIm0YpXuRM>

### Com o que construir?

Observando os vários exemplos de poços gravitacionais da internet, pode-se notar que o material empregado na sua construção ou é fibra de vidro ou é uma malha. Com base nessa informação, tentou-se a construção com os 2 (dois) tipos de materiais. Segue um breve relato das tentativas de construção do experimento.

#### ✓ Usando fibra de vidro

Construir o experimento usando a fibra de vidro seria a escolha mais lógica, pois o experimento feito com esse material não apresentaria muito atrito durante a simulação e, também, ficaria muito bonito. Contudo, trabalhar com este material requer experiência, cuidados com o manuseio, além de outras especificidades. Depois do fracasso do segundo protótipo, essa ideia foi descartada. Vale salientar que foram feitos alguns orçamentos em casas especializadas, porém, o custo seria alto.

#### ✓ Usando malha

A construção usando malha foi mais adequada, uma vez que este é um material fácil de manusear. Entretanto, no experimento feito com malha, tinha-se muito atrito, o que atrapalhava a simulação.

Por sugestão, foi utilizado outro material, semelhante a um tecido plástico. Ele apresentava baixo atrito, porém, era muito difícil produzir a deformação necessária para a simulação.

Ao final, mesmo testando todos esses materiais, optou-se por usar uma bacia<sup>1</sup> de aço para a construção do experimento.

É importante salientar que esse breve relato deve ser encarado como uma troca de experiências e não como uma imposição quanto ao material a ser utilizado.

### E como utilizar?

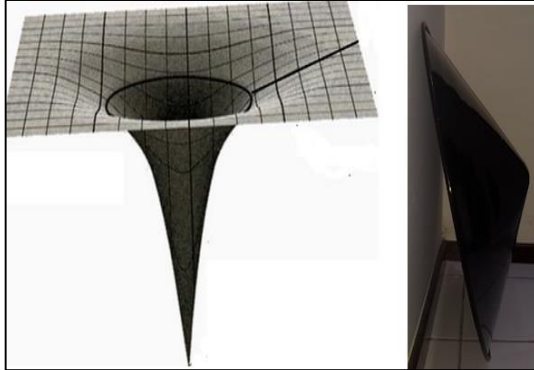
Antes de descrever o processo de utilização do experimento, faz-se necessário uma observação sobre o experimento construído usando a bacia. Pode-se notar que a configuração geométrica associada ao experimento é diferente da configuração

---

<sup>1</sup> Utensílio usado na mineração em pequena escala, geralmente em depósitos de sedimentos em cursos de água, para a obtenção de concentrados de minérios metálicos.

geométrica associada ao poço gravitacional (Fig.2). No entanto, o experimento feito com a batedeira, de forma satisfatória, o seu objetivo.

**Figura 2** – Ilustração comparando deformação provocada por buraco negro e o experimento



Fontes: Arquivo pessoal do autor / adaptação:  
<https://odiferencialdafisica.files.wordpress.com/2015/08/singularidade.jpg>

A finalidade do experimento é promover debates, retomar conceitos trabalhados durante a oficina, sanar dúvidas, introduzir e discutir novos conceitos e, assim, consolidar a aprendizagem. O roteiro para a utilização do experimento seguirá os seguintes passos:

1. Mostrar o experimento e, através de perguntas, chegar à conclusão que ele representa a deformação do espaço-tempo. Então, questionar aos estudantes qual é a consequência desse fato;
2. A partir da resposta dos estudantes, falar sobre Força Gravitacional;
3. Relembrar aos estudantes a determinação das órbitas num campo de forças gravitacionais a partir da conservação da energia;
4. Depois dessas discussões, pegar 2 esferas de ferro e lançá-las da seguinte forma: a 1ª com força suficiente para que ela saia do experimento e a 2ª com força suficiente para que fique rodando dentro do experimento. Após executar essas ações, discutir sobre energia potencial e velocidade de escape.

5. Discutir o movimento da 2ª esfera usando a questão do atrito e das órbitas fechadas. A partir dessa discussão, aborda-se o tema espiral e, na sequência, conceitos de funções.
6. Antes do início da atividade de espiral, deixar os estudantes "brincando" um pouco com o experimento. Aproveite o clima lúdico para fazer intervenções.



Pós-Graduação em **Astronomia**  
MESTRADO PROFISSIONAL  
UEFS



### TERMO DE VALIDAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Atestamos para os devidos fins que o produto educacional intitulado **OFICINA PARA O ENTENDIMENTO DE FUNÇÕES MATEMÁTICAS POR INTERMÉDIO DA ASTRONOMIA: APLICAÇÃO NO ENSINO MÉDIO** foi aplicado no Colégio Modelo Luis Eduardo Magalhães (Feira de Santana – BA), com 29 estudantes do 2º ano do Ensino Médio.

Feira de Santana, 13 de agosto de 2020

Presidente da Banca de Avaliação:

Prof. Dr. Maílido Geraldete Pereira (DFIS-UEFS)

Membro Interno do Mestrado Profissional em Astronomia:  
Prof. Dr. Nazareno Getter Ferreira de Medeiros (DFIS-UEFS)

Membro Externo – Convidado:

Prof. Dra. Selma Rozane Vieira (IFBA-Vitória da Conquista)